

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA

Práctica nº 4: Ejercicios.

Ejercicio 1

Dado los vectores $v=[-1/2,1,0]$ y $w=[3,2,1]$, calcular: $3v-5w$

Ejercicio 2.- Si $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 5 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 5 & -1 & -4 \\ -3 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, se pide calcular $A^2, B^2, A+B$, y $(A+B)^2$. ¿es cierto que

$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$? En caso afirmativo justificar la respuesta. En caso negativo, justificar el por qué no se verifica y dar un fórmula para que exprese $(A+B)^2$ como sumas y productos de las matrices A y B.

Ejercicio 3

Resolver los siguientes sistemas:

a) $2x - y - z = 4$

$3x + 4y - 2z = 11$

$3x - 2y + 4z = 11$

b) $x - y + 2z - u = 0$

$2x + 3y - 4z + 2u = 0$

$3x + z - u = 0$

c) $x - 2y + z + t = 1$

$x - 2y + z - t = -1$

$x - 2y + z + 5t = 5$

Ejercicio 4

Un depósito se llena mediante dos grifos, **A** y **B**, y se vacía abriendo un grifo **C**. Cuando se abren sólo **A** y **B**, tarda 3 horas en llenarse; cuando se abren los tres, 4 horas, y cuando se abren **A** y **C**, 5 horas. ¿Cuánto tarda en llenarlo **A** sólo? ¿Y el **B** sólo? ¿Y si se abren **B** y **C**? Una vez lleno, ¿cuánto tarda en vaciarse si se abre sólo **C**?

AYUDA: Sin pérdida de generalidad supóngase que el volumen del depósito es de 1 m^3 .

Ejercicio 5

Calcular los autovalores y autovectores de las siguientes matrices. Comprobar que efectivamente, los autovalores dados por el comando directo son raíces del polinomio característico.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & -2 & 6 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 6

De ser posible, diagonalice la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 7

Diagonalice la siguiente matriz si es posible

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -4 & -6 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 8

De ser posible, diagonalice la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$