INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL - Esp. MECÁNICA

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA

Práctica nº 7: Ejercicios

Ejercicio 1

Calcular las siguientes integrales indefinidas:

i) $\int \sin(x)\,\sin(3\,x)\,dx.$ ii) $\int \frac{1}{8-3\,\cos(x)}\,dx.$ iii) $\int \frac{\cos(x)^2}{1+\sin(x)^2}\,dx.$

Solución

Ejercicio 2

Considerando rectángulos de altura basada en el extremo izquierdo del subintervalo, representar y calcular aproximadamente las siguientes integrales:

i) $\int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \frac{\sin(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx.$ ii) $\int_0^{\pi} \frac{\mathbf{e}^x\,\sin(x)}{\cos(x)-5}\,dx.$ iii) $\int_0^{2\,\pi} \cos(x)\,\mathbf{e}^x\,dx$

Ejercicio 3

Considerando rectángulos de altura basada en el punto medio, representar y calcular aproximadamente las siguientes integrales:

i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)^2}{x}\,dx.$ ii) $\int_0^1 \mathbf{e}^{(-x^2)}\,dx.$ iii) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arctan(x)}{x}\,dx.$

Solución

Ejercicio 4

Calcular aproximadamente las integrales del ejercicio anterior pero usando rectángulos de altura basada en el extremo derecho del subintervalo y comparar los resultados.

Ejercicio 5

a) Hallar el área del recinto plano limitado por las siguientes funciones:

i) $y = x^2 - 2\,x - 3\ ;\ \ y = x - x^2 + 3.$ ii) $y = \frac{1}{1+x^2}\ \ ;\ \ y = 1/10.$

Solución

Ejercicio 6

Determinar el área limitada por las curvas de las funciones $y = \sin(x)$ e $y = \sin(2\,x)$ desde el origen hasta el primer punto de corte positivo.

Ejercicio 7

La figura limitada por la curva $y = x\,\mathbf{e}^x$ y las rectas $y = 0$ y $x = 1$ girar alrededor del eje X. Hallar el volumen del cuerpo de revolución engendrado.

Ejercicio 8

Calcular aproximadamente por la regla de los trapecios con n=10 subintervalos las mismas integrales del Ejercicio 2 y comparar los resultados.

Ejercicio 9

Resolver por la regla trapezoidal con un error menor que $10^{(-3)}$ las siguientes integrales.

a) $\displaystyle\int_0^2 x^2\,\mathbf{e}^{(-x^2)}\,dx$

b) $\displaystyle\int_{50}^{100} \frac{1}{x^3+4}\,dx$

c) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3\cos(x)-1}{3\sin(x)-x}\,dx$

Solución

Ejercicio 10

Utilizando la segunda ley de Newton se puede demostrar que el periodo T (tiempo de una oscilación completa) de un péndulo de longitud L que forma un ángulo máximo θ_0 con la vertical, viene expresado por:

$$T = 4\sqrt{\frac{L}{g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-\kappa^2\sin(x)^2}}\,dx$$

donde $\kappa = \sin\left(\frac{\theta_0}{2}\right)$ y g es la acelaración debida a la gravedad (g= 9.8 m/s^2). Si $L = 1$ m. y $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$, calcula el periodo utilizando la regla trapezoidal con 10 nodos y da una cota del error cometido.

Solución