FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA
INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL
ESPECIALIDAD MECÁNICA
Práctica 5
Funciones de una variable

- ## Representación en paramétricas:

A menudo es muy complejo o casi imposible representar los puntos *(x,y)* de una curva en el plano mediante una expresión de función del tipo

$$y=f(x)$$

Sobre todo cuando estudiamos física la curva (el conjunto de puntos *(x,y)*) viene dada en función del tiempo t:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

- Ejemplos:
  - **La recta**: ecuación de la recta que pasa por un punto $P=(x_0,y_0)$ y tiene como vector director $v=(v_1,v_2)$:

$$(x,y)=(x(t),y(t))=P+vt,\ t\geq 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x(t)=x_0+v_1t \\ y(t)=y_0+v_2t \end{cases} \text{ con } t\geq 0$$

Así, la recta que pasa por $P=(1,-2)$ y tiene vector director $v=(8,3)$ tiene por ecuación

$$\begin{cases} x=8t+1 \\ y=3t-2 \end{cases} \quad \text{donde } \ t\geq 0$$

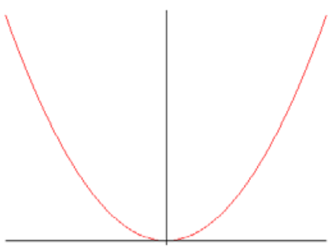
Otros ejemplos:

$$\begin{cases} x=3\cos t \\ y=\sin t \end{cases} \quad \text{donde } \ t\geq 0 \qquad\qquad \begin{cases} x=(2+3\cos t)\cos t \\ y=(2+3\cos t)\sin t \end{cases} \quad \text{donde } \ t\geq 0$$

Este tipo de representación tiene gran importancia cuando queremos dibujar el siguiente tipo de curvas.

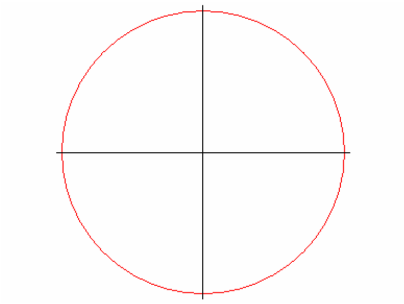
- ## Curvas cónicas:
  - **Parábola**: lugar geométrico de los puntos *(x,y)* que verifican:

$$y=ax^2+bx+c$$



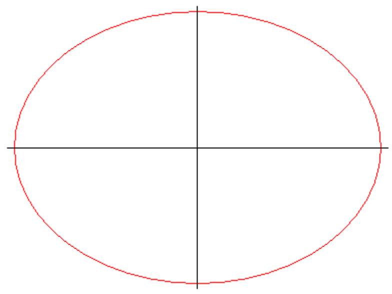
- **Circunferencia** de centro (x_0,y_0) y radio r: lugar geométrico de los puntos (x,y) que verifican:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + r\cos t \\ y(t) = y_0 + r\sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$



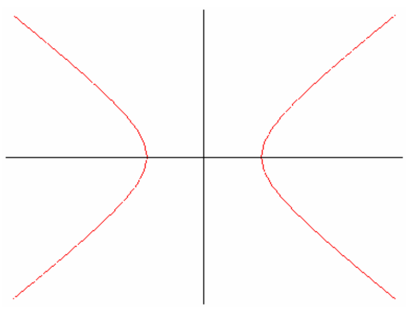
- **Elipse** de centro (x_0,y_0) y semiejes (a,b): lugar geométrico de los puntos (x,y) que verifican:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + a\cos t \\ y(t) = y_0 + b\sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$



- **Hipérbola** de centro (x_0,y_0) y semiejes (a,b): lugar geométrico de los puntos (x,y) que verifican:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + a\cosh t \\ y(t) = y_0 + b\sinh t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$



Recuerda:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

- ## Límite de una función en un punto:

Decimos que $f(x)$ tiene límite L cuando x tiende a a y se escribe

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

si $f(x)$ se acerca a L tanto como quiera, a condición de que x se acerque a a tanto como se quiera.

- ## Continuidad de una función:

Decimos que $f(x)$ es continua en $x=a$ si

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

siempre que exista el límite y $f(a)$.