FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA
INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL
ESPECIALIDAD MECÁNICA
Práctica 3

Representación gráfica de funciones de una variable

- ## Representación en paramétricas:

A menudo es muy complejo o casi imposible representar los puntos (x,y) de una curva en el plano mediante una expresión de función del tipo

$$y=f(x)$$

Sobre todo cuando estudiamos física la curva (el conjunto de puntos (x,y)) viene dada en función del tiempo t:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

- Ejemplos:
  - **La recta**: ecuación de la recta que pasa por un punto $P=(x_0,y_0)$ y tiene como vector director $v=(v_1,v_2)$:

$$(x,y) = (x(t), y(t)) = P + vt,\ t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x(t) = x_0 + v_1 t \\ y(t) = y_0 + v_2 t \end{cases} \text{ con } t \geq 0$$

Así, la recta que pasa por $P=(1,-2)$ y tiene vector director $v=(8,3)$ tiene por ecuación

$$\begin{cases} x = 8t + 1 \\ y = 3t - 2 \end{cases} \text{ donde } t \geq 0$$

Otros ejemplos:

$$\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = \sin t \end{cases} \text{ donde } t \geq 0 \qquad \begin{cases} x = (2 + 3\cos t)\cos t \\ y = (2 + 3\cos t)\sin t \end{cases} \text{ donde } t \geq 0$$

- ## Representación de curvas implícitas:

Otra forma en que puede venir dada una curva es de *forma implícita*. En este caso las variables cartesianas x e y vienen relacionadas por una ecuación donde no podemos expresar o despejar una en función de la otra, esto es, tenemos una ecuación de la forma

$$F(x,y) = 0$$

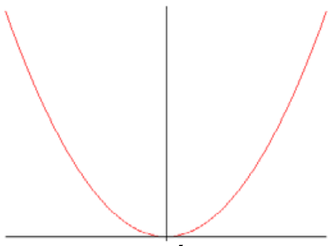
- Ejemplos:

$$x^2 + y^2 = 1 \qquad y^3 - x^2 y = -6$$

Estos tipos de representaciones tienen gran importancia cuando queremos dibujar el siguiente tipo de curvas.

- Curvas cónicas:
  - **Parábola**: lugar geométrico de los puntos (x,y) que verifican:

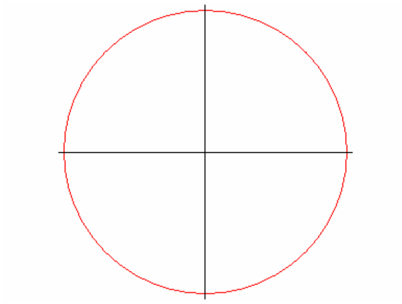
$$y = ax^2 + bx + c$$



  - **Circunferencia** de centro (x_0,y_0) y radio r: lugar geométrico de los puntos (x,y) que verifican:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + r\cos t \\ y(t) = y_0 + r\sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

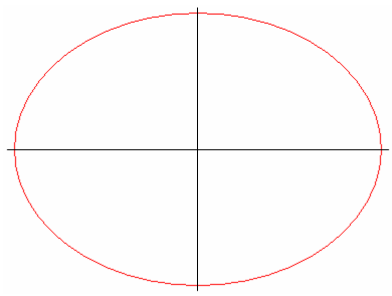
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$



  - **Elipse** de centro (x_0,y_0) y semiejes (a,b): lugar geométrico de los puntos (x,y) que verifican:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + a\cos t \\ y(t) = y_0 + b\sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

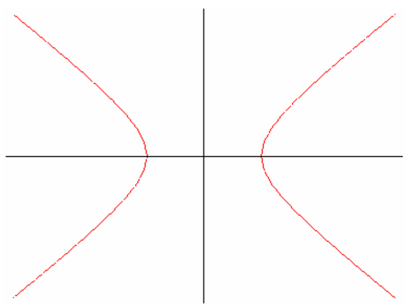
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$



  - **Hipérbola** de centro (x_0,y_0) y semiejes (a,b): lugar geométrico de los puntos (x,y) que verifican:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + a\cosh t \\ y(t) = y_0 + b\sinh t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$



Recuerda:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$