FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA
INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL
ESPECIALIDAD MECÁNICA
Práctica 2

Números complejos. Polinomios. Resolución de ecuaciones

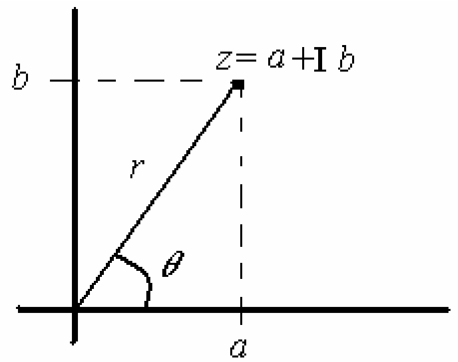
- **Números complejos**
  - Forma binómica:

$$z=a+ib, \quad i=\sqrt{-1}$$

  - a= parte real de z = $\operatorname{Re} z$
  - b= parte imaginaria de z = $\operatorname{Im} z$
  - Conjugado de un complejo *z:*

$$\overline{z}=a-ib$$

  - Representación gráfica y forma polar de un número complejo:



$$z = a + ib = r_\theta$$
$$a = \operatorname{Re} z = r\sin\theta$$
$$b = \operatorname{Im} z = r\cos\theta$$
$$r = |z| = \sqrt{a^2+b^2} \ \text{(módulo)}$$
$$\theta = \arctan\frac{b}{a} \ \text{(argumento)}$$

  - Operaciones y propiedades básicas:

$$z+\overline{z} = 2\operatorname{Re} z, \quad z\cdot\overline{z} = |z|^2$$

$$(a+ib)\pm(c+id)=(a+c)+i(b+d)$$

$$(a+ib)\cdot(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc)$$

$$\frac{a+ib}{c+id}=\frac{(a+ib)}{(c+id)}\frac{(c-id)}{(c-id)}=\frac{(ac+bd)+i(-ad+bc)}{c^2+d^2}$$

  - Fórmula de Euler:

$$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$$

por tanto, cualquier nº complejo se representa como:

$$z = re^{i\theta} = r\cos\theta + i\ r\sin\theta$$

- **Polinomios de coeficientes reales**

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$
$$a_i \in \mathbb{R}$$

  - Propiedades de polinomios de coeficientes reales:
    - → Todo polinomio de grado *n* tiene *n* raíces en el cuerpo de los complejos:
    $$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n\}$$
    - → Las raíces complejas $a+ib$ se presentan siempre con su conjugada a-ib.
    - → Todo polinomio se puede descomponer de forma única en función de sus raíces:
    $$p(x) = a_n(x-\alpha_1)\cdot(x-\alpha_2)\cdot(x-\alpha_3)\cdots(x-\alpha_n)$$
    - → Todo polinomio de grado impar tiene al menos una raíz real.
    - → Un polinomio de grado par puede presentar todas sus raíces reales, todas complejas o mezcladas.

- **Desigualdades**

$$\text{Si } a < b \Rightarrow a + c < b + c$$

$$\text{Si } a < b,\ c < d \Rightarrow a + c < b + d$$

$$\text{Si } a < b,\ c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

$$\text{Si } a < b,\ c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

$$\text{Si } 0 < a < b \Rightarrow 0 < a^2 < b^2$$

$$\text{Si } 0 < a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$$